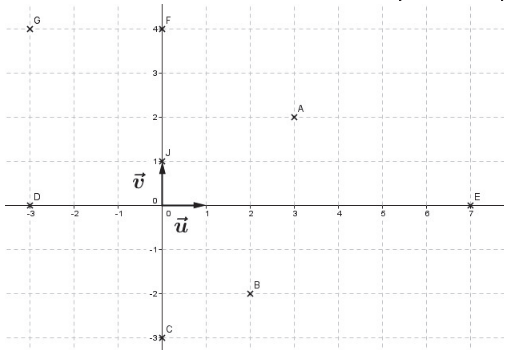
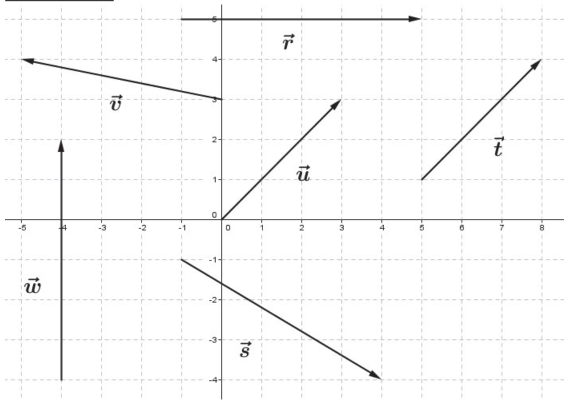
4. Énoncés des exercices

Exercice 1.1 Donner l'affixe des points représentés dans le repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ci-dessous :



Exercice 1.2 Déterminer les affixes des vecteurs dont un des représentants est donné ci-dessous :



Exercice 1.3 Écrire les nombres complexes suivants sous la forme algébrique $a + ib$.
a) $(1 + i\sqrt{3})^2$ b) $(\sqrt{3} - i)^2$

Exercice 1.4 Écrire les nombres complexes suivants sous la forme algébrique $a + ib$.
a) $\frac{1}{i}$ b) $-\frac{2}{3i}$

Exercice 1.5 Écrire les nombres complexes suivants sous la forme algébrique $a + ib$.
a) $\frac{2+7i}{4-2i}$ b) $\frac{-1-2i}{4-i}$

Exercice 1.6 Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :
a) $\frac{2+iz}{2-iz} = \frac{2+i}{2-i}$ b) $\frac{2}{iz+\sqrt{3}} = \frac{iz+\sqrt{3}}{2}$

Exercice 1.7 1°) Que dire des nombre complexes $z_1 = \frac{2+3i}{4+i}$ et $z_2 = \frac{2-3i}{4-i}$?
2°) En déduire $z_1 + z_2$ et $z_1 - z_2$

Exercice 1.8 Soient a, b et c trois nombre réels. On pose $P(z) = az^2 + bz + c$.
Démontrer que, pour tout $z \in \mathbb{C}$, $\overline{P(z)} = P(\overline{z})$.
En déduire que si z est une solution de l'équation $P(z) = 0$, alors $\overline{z}$ en est une également.

Exercice 1.9 On pose $j = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$.
1°) Montrer que $\overline{j} = j^2 = \frac{1}{j}$
2°) Montrer que $1 + \overline{j} + \overline{j}^2 = 0$
3°) Montrer que, pour tout $z \in \mathbb{C}$, $z^2 + z + 1 = (z - j)(z - \overline{j})$.

Exercice 1.10 Résoudre dans $\mathbb{C}$les équations données :
a) $z^2 - 6z + 10 = 0$ b) $z^2 - 22z + 410 = 0$

Exercice 1.11
1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $\frac{z-2}{z-1} = i$ (E_1) ; on note z_0 sa solution.
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $\frac{z-2}{z-1} = z$ (E_2) ; on note z_1 et z_2 ses solutions.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$; placer les points M, A, et B d'affixes respectives z_0, z_1 et z_2.

Exercice 1.12 Pour tout complexe Z, on pose $P(Z) = Z^4 - 1$.

1. Factoriser $P(Z)$ (penser à utiliser la "troisième identité remarquable" !)
2. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(Z) = 0$
3. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation d'inconnue z : $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$